

UNIVERSITE ABDELMALEK ESSAADI

Faculté des Sciences de Tétouan

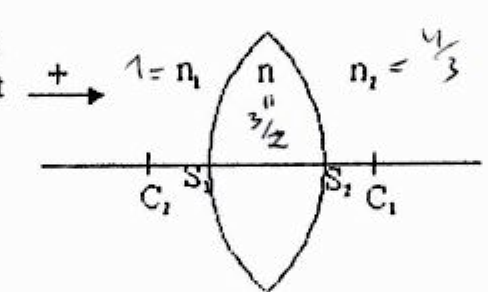
Département de Physique

Physique2 SMA – SMI

Série n° 3 Année 2008/ 2009



Exercice 1 : Association de dioptres sphériques



On considère une lentille **mince** biconvexe dont les rayons de courbure des faces $S_1C_1 = R$ et $S_2C_2 = 2R$, l'indice du verre est $n=3/2$. La face d'entrée est baignée par l'air d'indice $n_1=1$, la seconde face par l'eau d'indice $n_2=4/3$.

Dans les calculs, les sommets S_1 et S_2 seront considérés comme confondus en S et on se placera dans le cas de l'approximation de Gauss.

1- Soit AB un objet de faible dimension perpendiculaire à l'axe principal placé dans l'air et A'B' son image.

a) Etablir la formule de conjugaison donnant la position de l'image A'B' et déterminer le grandissement.

b) Montrer que ce système est équivalent à un dioptre sphérique de sommet S et de centre C dont on déterminera le rayon algébrique $\overline{SC}$.

c) Déterminer les distances focales $\overline{S\Phi'}$ et $\overline{S\Phi}$ du système. Que vaut le rapport $\overline{S\Phi'}/\overline{S\Phi}$?

2- Calculer la position et le grandissement de l'image A'B' d'un objet AB situé à l'abscisse $\overline{SA} = -\frac{R}{2}$.

3- Construire graphiquement l'image A'B'.

4- Que devient la formule de conjugaison dans le cas d'une lentille **mince** dont les faces sont baignées par le même milieu ($n_1=n_2$) ?

Exercice 2 : Construction d'images

Soit une lentille mince **convergente**, de centre optique O, de foyers F et F'.

1. Rappeler les formules de conjugaison et de grandissement avec origine au centre optique.
2. Construire l'image A'B' d'un petit objet AB perpendiculaire à l'axe principal situé entre $-\infty$ et le foyer objet F.
3. Retrouver les formules de grandissement avec origines aux foyers.
4. En déduire la formule de Newton.

Le petit objet AB se déplace de $-\infty$ à $+\infty$.

5. L'espace objet peut être décomposé en 3 zones, construire les images correspondantes à un objet placé successivement dans chacune de ces zones. En déduire les zones correspondantes de l'espace image.

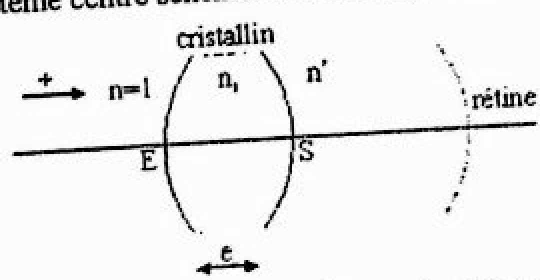


6. Indiquer dans chaque cas la nature de l'image.

Reprendre cette étude dans le cas d'une lentille divergente.

Exercice 3 : Calcul du système centré équivalent

On représente l'œil par le système centré schématisé sur la figure ci-dessous.



Les indices des espaces objet et image valent respectivement : n=l et n'=1,34. L'indice du cristallin est n_1=1,41. Les rayons de courbure des faces d'entrée et de sortie du cristallin sont : $\overline{EC_1} = 9{,}4\text{mm}$ et $\overline{SC_2} = -5{,}8\text{mm}$.

L'épaisseur du cristallin est $\overline{ES}$=e=2,4mm.

1. Calculer la vergence V_1 et V_2 de chaque dioptre et la vergence V de ce système centré.
2. Déterminer la position des foyers F et F', des plans principaux P et P' et des points nodaux N et N' du système.
3. Montrer que l'œil peut être assimilé à un dioptre sphérique dont on déterminera le sommet, le centre et le rayon de courbure.

Exercice 4 : Œil hypermétrope et sa correction

Du point de vue optique, l'œil sera assimilé pour tout l'exercice à une lentille mince convergente L, dont le centre optique O se trouve à une distance constante, 17 mm, de la rétine, surface où doit se former l'image pour une vision nette. Ce modèle sera appelé œil réduit. L'axe optique est orienté positivement dans le sens de propagation de la lumière.

L'œil hypermétrope donne d'un objet à l'infini une image située derrière la rétine.

La distance focale de l'œil hypermétrope est de 18,5 m. On la considèrera constante dans la suite du problème, l'œil n'accommodant pas.

1. L'œil est il trop ou pas assez convergent ? Corrige t on ce défaut en ajoutant une lentille convergente ou divergente ?
2. Correction avec un verre de lunette : Celui-ci est assimilé à une lentille mince L_1 de centre optique O_1, placé à une distance d=12 mm du centre optique de l'œil réduit. On veut une vision nette d'un objet situé à l'infini.
   a. Rappeler l'endroit où doit se trouver l'image définitive
   b. Calculer OA_1 définissant la position de l'image intermédiaire A_1B_1 de l'objet AB donné par la lentille L_1.
   c. En déduite O_1A_1 ainsi que la distance focale de L_1.
3. Correction avec une lentille de contact : La lentille correctrice L_2 étant appliquée contre l'œil hypermétrope précédent, on admettra que la distance d est nulle. En déduire la distance focale de la lentille L_2 ; on pourra s'aider du résultat de la question 1.



Exercice 5 : Loupe et viseur.

On admettra que les distances maximale et minimale de vision de l'œil de l'observateur sont $d_{max}=\infty$ et $d_m=20$ cm.

A - LOUPE : Une loupe est constituée par une lentille mince convergente de centre optique O_2 de distance focale image $\overline{O_2F_2} = f'_2 = 40mm$. L'œil de l'observateur, placé au foyer image F'_2 de cette loupe, ne peut voir nettement à travers la loupe que les objets situés entre deux positions A_1 et A_2 de l'axe.

1. Calculer la latitude de mise au point $\Delta= A_1A_2$ de cette loupe.
2. Un petit objet AB, est vu sous l'angle α à l'œil nu et sous l'angle α' à travers la loupe. Calculer la puissance de cette loupe.

B - VISEUR REGLE A L'INFINI : Un viseur est composé :

d'un objectif assimilé à une lentille mince convergente de centre O_1 de distance focale $\overline{O_1F_1} = f'_1 = 12,5cm$ et de diamètre d'ouverture D_1=30mm.

et d'un oculaire constitué de la loupe précédente de diamètre d'ouverture D_2=15mm et de même axe que l'objectif. On règle la distance O_1O_2 entre les deux lentilles de façon à observer sans accommoder les objets à l'infini.

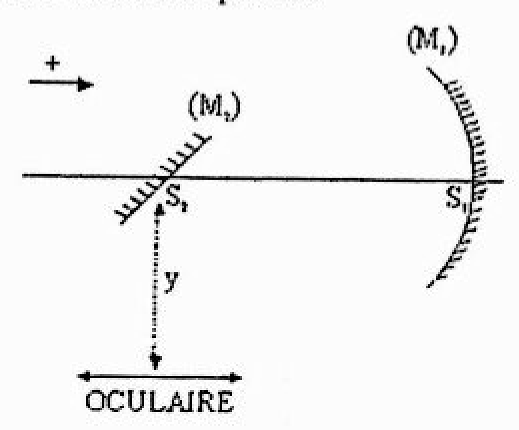
1. Calculer $\overline{O_1O_2}$. Un pinceau lumineux provenant d'un point objet à l'infini fait l'angle α avec l'axe du viseur et sort du viseur en faisant l'angle α' avec l'axe. Tracer la marche de ce pinceau et en déduire le grandissement angulaire $G_\alpha = \frac{\alpha'}{\alpha}$ ainsi que le grandissement linéaire γ. Vérifier la relation $\gamma G_\alpha = 1$.
2. Déterminer la position et le diamètre D_0 du cercle oculaire, image de l'objectif à travers l'oculaire.

C - VISEUR REGLE A DISTANCE FINIE : Sans modifier la position de l'oculaire et de l'œil on éloigne l'objectif de l'oculaire d'une distance X de façon à observer nettement et sans accommoder les objets situés à la distance d=25,5cm en avant de l'objectif ($\overline{O_1A} = -d$).

1. Calculer le déplacement X de l'objectif, puis tracer la marche d'un pinceau lumineux issu de l'objet.
2. Exprimer la puissance P_v du viseur en fonction de f'_1, f'_2 et d. Calculer P_v.

Exercice 6 : Télescope de Newton :

Le télescope de Newton est constitué de deux parties :



– Un objectif comprenant :

un miroir concave (M_1) de sommet S_1, de centre C_1 de rayon de courbure 2m

un petit miroir plan (M_2), de sommet S_2, incliné à 45° de l'axe de M_1.

Un oculaire assimilable à une lentille mince de vergence V=50 dioptries disposée parallèlement à l'axe de M_1, à la distance y=12cm de cet axe.

1. L'axe du télescope est dirigé vers le centre de la lune de diamètre apparent $\alpha = 9.10^{-3}$ rad. Déterminer la position et le diamètre de l'image A_1B_1 donnée par le miroir M_1.
2. L'oculaire est disposé de façon à fournir une image finale à l'infini. Déterminer :

   a) l'encombrement du télescope c'est-à-dire la distance S_1S_2.

   b) l'angle α' sous lequel la lune est vue à travers l'oculaire. En déduire le grossissement G du télescope.

<u>Exercice 7</u> : Lunette astronomique

1. Etude de l'oculaire de Ramsden 3-2-3.

   Un oculaire est composé de deux lentilles minces convergentes L_1 et L_2 identiques de même distance focale f', de même axe ; la distance de leurs centres optiques est : $\overline{O_1O_2} = e = \frac{2}{3}f'$.

   Déterminer la position des foyers objet ϕ et image ϕ' de cet oculaire par rapport aux centres optiques de L_1 et L_2. Quelle est la distance focale image du système centré ainsi constitué ? A.N. f' = 6cm.

   Construire les éléments cardinaux de l'oculaire.
2. Cet oculaire est associé à un objectif constitué par une lentille mince convergente L de distance focale image F'. Le système centré ainsi constitué est utilisé comme lunette astronomique. A quelle distance de L doit se trouver la première lentille L_1 de l'oculaire pour qu'un objet à l'infini donne à travers le système une image à l'infini ? A.N. F' = 90cm.
3. Soit 2ρ le diamètre de la lentille L constituant l'objectif. Tous les rayons qui entrent dans la lunette passent à la sortie de l'appareil à travers un cercle de diamètre $2\rho'$ (cercle oculaire ou pupille de sortie). Construire le cercle oculaire. Quelle est la position et le rayon du cercle oculaire ? A.N. : ρ = 4cm.
4. Quel est le grossissement de l'appareil.
5. L'observateur voit nettement entre l'infini et la distance d_m=20cm. Déterminer la latitude de mise au point, c'est-à-dire le déplacement de l'oculaire que peut effectuer l'observateur.





UNIVERSITE ABDELMALEK ESSAADI

Faculté des Sciences de Tétouan

Département de Physique

Physique2 SMA – SMI

Solution Série n° 3

Année 2008/ 2009

Exercice 1 : Association de dioptres sphériques.

Formule de conjugaison avec origine au sommet du premier dioptre : $\frac{n}{\overline{SA_1}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n - n_1}{\overline{SC_1}}$ (1).

Formule de conjugaison avec origine au sommet du second dioptre : $\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA_1}} = \frac{n_2 - n}{\overline{SC_2}}$ (2).

En additionnant (1) et (2), on obtient : $\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n - n_1}{\overline{SC_1}} + \frac{n_2 - n}{\overline{SC_2}}$ (3), formule de conjugaison du système optique complet avec origine en S.

Formule de grandissement avec origine au sommet du premier dioptre : $\gamma_1 = \frac{n_1}{n}\frac{\overline{SA_1}}{\overline{SA}}$

Formule de grandissement avec origine au sommet du second dioptre : $\gamma_2 = \frac{n}{n_2}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA_1}}$

Formule de grandissement avec origine au sommet du système optique complet :

$\gamma = \gamma_1\gamma_2 = \frac{n_1}{n_2}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$ (4).

Les équations (3) et (4) sont les équations d'un dioptre de rayon SC tel que :

$\frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} = \frac{n - n_1}{\overline{SC_1}} + \frac{n_2 - n}{\overline{SC_2}}$ soit $\overline{SC} = \frac{(n_2 - n_1)\overline{SC_1}\,\overline{SC_2}}{(n - n_1)\overline{SC_2} + (n_2 - n)\overline{SC_1}}$.

La formule de conjugaison du système optique complet est donc : $\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$ (5).

Si l'objet est positionné à $-\infty$ ($\overline{SA} = -\infty$), l'image sera positionnée au foyer image du système ($\overline{SA'} = \overline{S\Phi'}$), on obtient : $\overline{S\Phi'} = \frac{n_2\overline{SC}}{n_2 - n_1}$.

De la même manière, si l'image est positionnée à $+\infty$ ($\overline{SA'} = +\infty$), l'objet sera positionné au foyer objet du système ($\overline{SA} = \overline{S\Phi}$) ; on obtient : $\overline{S\Phi} = -\frac{n_1\overline{SC}}{n_2 - n_1}$.



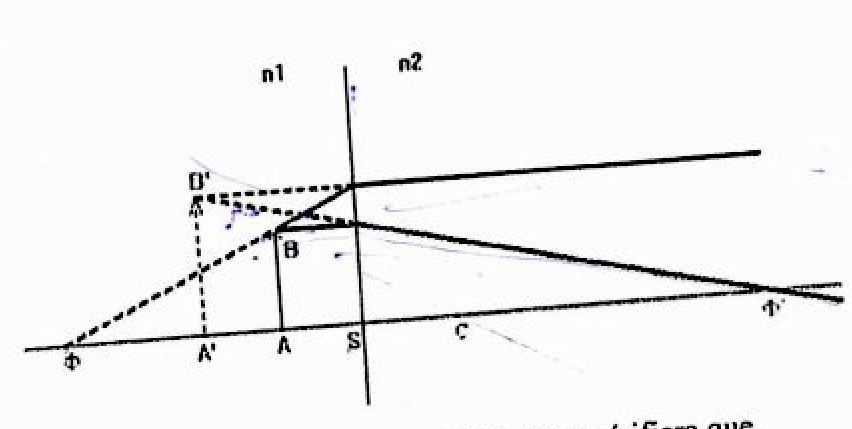
Le rapport des distances focales est donc $\dfrac{\overline{S\Phi'}}{\overline{S\Phi}} = -\dfrac{n_2}{n_1}$.

2) Si $\overline{SA} = -\dfrac{R}{2}$, on trouve $\overline{SC} = \dfrac{2}{3}R$, $\overline{S\Phi'} = \dfrac{8}{3}R$ et $\overline{S\Phi} = -2R$.

D'après l'équation (5), on a $\overline{SA'} = \dfrac{n_2\overline{SA}\,\overline{SC}}{(n_2 - n_1)\overline{SA} + n_1\overline{SC}}$ d'où $\overline{SA'} = -\dfrac{8}{9}R$.

$$\gamma = \frac{n_1}{n_2}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{SC}}{\overline{SC} + (n_2 - 1)\overline{SA}} = 4/3$$

3)



4) On retrouve la « formule » des lentilles minces. L'étudiant vérifiera que

$$\frac{1}{\overline{S\Phi'}} = (n-1)\left(\frac{1}{\overline{SC_1}} - \frac{1}{\overline{SC_2}}\right)$$

est donné par $\dfrac{1}{\overline{S\Phi'}} = (n-1)\left(\dfrac{1}{\overline{SC_1}} - \dfrac{1}{\overline{SC_2}}\right)$ alors même qu'il n'y a évidemment plus de dioptre équivalent puisque $n_2 = n_1$ et $\overline{SC} = 0$

Exercice 2 : Construction d'images :

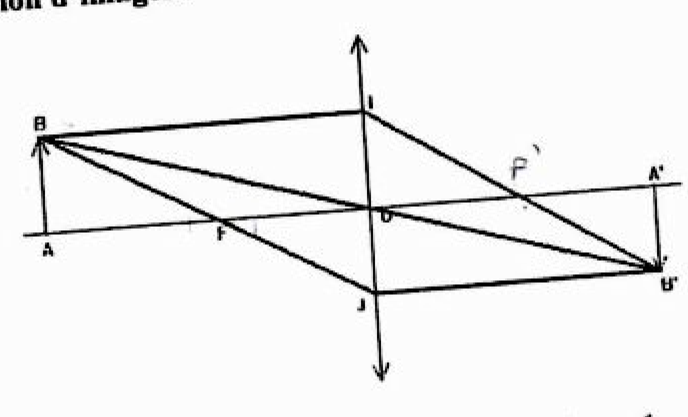
$\overline{A'B'} = \overline{OJ}$

On a :

$\dfrac{\overline{OJ}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$

$\overline{AB} = \overline{OI}$

On a : $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{OI}} = \dfrac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$



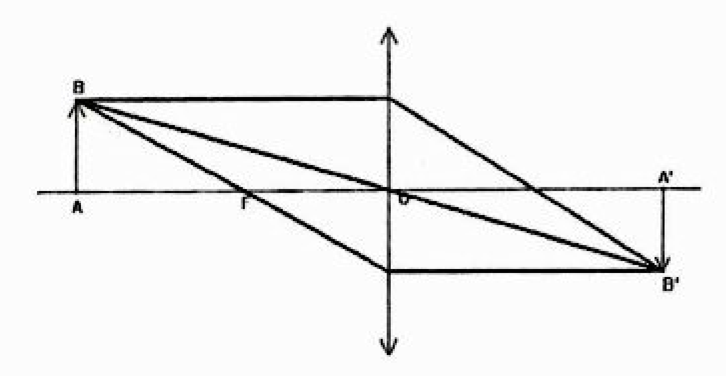
Formule de conjugaison avec origine au centre optique: $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{\overline{OF'}}$.

Formule de grandissement avec origine au centre optique: $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$.

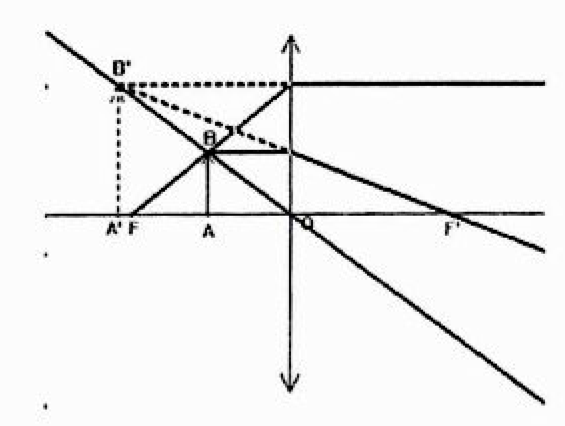
Formules de grandissement avec origine aux foyers:

- $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OJ}}{\overline{AB}}$ en appliquant le théorème de Thales aux triangles FAB et FOJ, on obtient :
  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OJ}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$
- $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OI}}$ en appliquant le théorème de Thales aux triangles F'A'B' et F'OI, on obtient :
  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OI}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$
- $\gamma = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} \Rightarrow \overline{FA}.\overline{F'A'} = \overline{OF}.\overline{OF'} = -\overline{OF'}^2$ (Formule de Newton)

1er Cas : $A \in]-\infty, F]$, l'objet est réel et l'image est réelle.

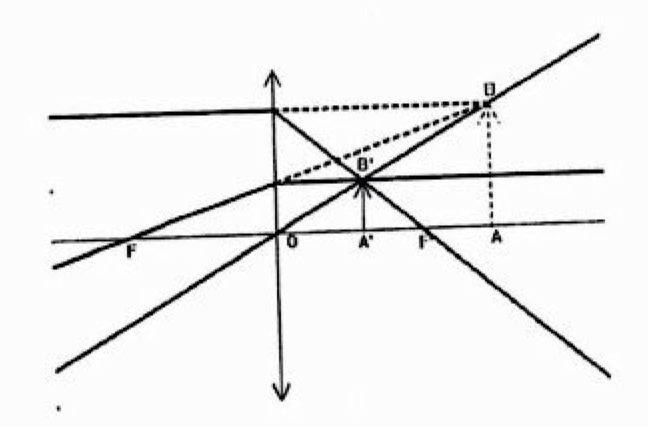


2ème cas : $A \in [F, O]$, l'objet est réel, l'image est virtuelle :



3ème cas : $A \in [O, +\infty[$, l'objet est virtuel, l'image est réelle:





Exercice 3 : l'œil et le calcul du dioptre sphérique équivalent

La formule de conjugaison d'un dioptre sphérique avec origine au sommet est :

$\frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n'-n}{\overline{SC}} = V$ où V est la vergence exprimée en dioptries si les distances sont exprimées en mètre.

1) Calcul de V_1, V_2 et V

On a donc : $V_1 = \frac{n_1 - n}{\overline{EC_1}} = 43{,}6$ dioptries et $V_2 = \frac{n'-n_1}{\overline{SC_2}} = 12{,}1$ dioptries .

Pour calculer la vergence du système total, on utilise la formule de Gullstrand :

$V = V_1 + V_2 - \frac{eV_1V_2}{n_1} = 54{,}8$ dioptries où e est la distance entre les sommets des 2 dioptres et n_1 l'indice séparant les 2 dioptres.

2) Position de F, F', H, H', N et N'

Formule de conjugaison avec origine au sommet du premier dioptre : $\frac{n_1}{\overline{EA_1}} - \frac{n}{\overline{EA}} = V_1$ (1)

Formule de conjugaison avec origine au sommet du deuxième dioptre : $\frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA_1}} = V_2$ (2)

Position de F'

Si on considère le système optique complet, en plaçant l'objet A en $-\infty$, l'image finale A' se trouve en F' foyer image du système centré. Si l'objet A se trouve en $-\infty$, l'image intermédiaire A_1 se trouve en F'_1 foyer image du premier dioptre. Le foyer image du système centré F' est donc l'image de F'_1 par le deuxième dioptre.

Soit :

$-\infty$ n=1	1[er] dioptre →	F'_1 n_1	2[ème] dioptre →	F' n'

D'après l'équation (1), on obtient : $\overline{EF'_1} = \frac{n_1}{V_1}$ (3).

D'après l'équation (2), on obtient : $\frac{n'}{\overline{SF'}} - \frac{n_1}{\overline{SF'_1}} = V_2$ soit

$$\frac{1}{\overline{SF'}} = \frac{1}{n'}\left(V_2 + \frac{n_1}{\overline{SF_1}}\right) = \frac{1}{n'}\left(V_2 + \frac{n_1}{\overline{SE} + \overline{EF'_1}}\right)$$



et en remplaçant l'équation (3) : $\frac{1}{\overline{SF'}} = \frac{1}{n'}\left(V_2 + \frac{n_1}{-e + \frac{n_1}{V_1}}\right) = \frac{1}{n'}\left(V_2 + \frac{n_1 V_1}{n_1 - eV_1}\right)$

donc $\overline{SF'} = \frac{n'(n_1 - eV_1)}{n_1 V_1 + n_1 V_2 - eV_1 V_2} = 22{,}7\text{mm}$

Position de ~~B~~ F

Si on considère le système optique complet, en plaçant l'objet A en F (foyer objet du système complet) , l'image finale A' se trouve en $+\infty$. Si l'image finale A' se trouve en $+\infty$, l'image intermédiaire A_1 se trouve en F_2 foyer objet du deuxième dioptre. Le foyer objet du deuxième dioptre F_2 est donc l'image de F par le premier dioptre.

Soit :

F, $n=1$	$\xrightarrow{1^{er}\text{ dioptre}}$	F_2, n_1	$\xrightarrow{2^{ème}\text{ dioptre}}$	$+\infty$, n'

D'après l'équation (2), on obtient : $\overline{SF_2} = -\frac{n_1}{V_2}$ (4)

D'après l'équation (1), on obtient : $\frac{n_1}{\overline{EF_2}} - \frac{n}{\overline{EF}} = V_1 \Rightarrow \frac{1}{\overline{EF}} = \frac{n_1}{\overline{EF_2}} - V_1 = \frac{n_1}{\overline{ES} + \overline{SF_2}} - V_1$

et en remplaçant l'équation (4) : $\frac{1}{\overline{EF}} = \frac{n_1}{\overline{ES} + \overline{SF_2}} - V_1 = \frac{n_1}{e - \frac{n_1}{V_2}} - V_1 = \frac{n_1 V_2}{eV_2 - n_1} - V_1$

donc $\overline{EF} = \frac{eV_2 - n_1}{n_1 V_1 + n_1 V_2 - eV_1 V_2} = -17{,}93\text{mm}$

Position des plans principaux P et P' (position de H et H')

L'équation reliant la distance focale et la vergence est : $\overline{H'F'} = \frac{n'}{V} = 24{,}5\text{mm}$

soit $\overline{SH'} = \overline{SF'} + \overline{F'H'} = \overline{SF'} - \overline{H'F'} = -1{,}82\text{mm}$.

De la même manière, nous pouvons écrire : $\overline{HF} = -\frac{n}{V} = -18{,}3\text{mm}$

soit $\overline{EH} = \overline{EF} + \overline{FH} = \overline{EF} - \overline{HF} = 0{,}37\text{mm}$.

Position des points nodaux N et N'

$\overline{HN} = \overline{H'N'} = \overline{HF} + \overline{H'F'} = 6{,}3\text{mm}$

3) Dioptre équivalent



Calculons la distance $\overline{HH'} = \overline{HE} + \overline{ES} + \overline{SH'} = 0,21mm = \overline{NN'}$.

Dans un dioptre sphérique, il existe un seul point principal (grandissement linéaire de 1), c'est le sommet du dioptre

Dans un dioptre sphérique, il existe un seul point nodal (grandissement angulaire de 1), c'est le centre du dioptre (le rayon passant par le centre n'est pas dévié).

Donc si on néglige la distance HH'=NN', les points principaux sont confondus ainsi que les points nodaux, l'œil peut être assimilé à un dioptre sphérique de sommet les points principaux confondus et de centre les points nodaux confondus.
La distance H'N'=6,3 mm donne le rayon de courbure du dioptre.

<u>Exercice</u> 4 : Œil hypermétrope et sa correction

L'image par l'œil hypermétrope, d'un objet à l'infini se forme à 18,5 mm du cristallin alors que la rétine est à 17 mm de O. Cet œil n'est donc pas assez convergent.

On corrige ce défaut en ajoutant une lentille **convergente.**

<u>Correction avec un verre de lunette</u>

L'œil ne voit nettement que les images qui se forment sur la rétine.

L'image définitive, notée A'B', doit évidemment se trouver sur la rétine, c'est à dire à une distance de 17 mm de O si l'œil n'accommode pas.

Soit A' le conjugué de A_1 par L (œil), les positions vérifient la relation de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{f'} \text{ donc } \overline{OA_1} = \frac{f' \times \overline{OA'}}{f' - \overline{OA'}}$$

$\overline{OA_1} = +210$ mm

Remarque : L'œil étudié est hypermétrope et n'accommode pas ; donc $f' = 18,5$mm. En revanche, la distance O-rétine vaut toujours 17 mm.

$\overline{OA_1} > 0$, l'image intermédiaire A_1B_1 est un objet **virtuel** pour L.

Nous avons : $\overline{O_1A_1} = \overline{O_1O} + \overline{OA_1}$

$\overline{O_1O} = +d = +12\ mm$, $\overline{OA_1} = +210$ mm donc $\overline{O_1A_1} = 222mm$

Puisque l'objet est à l'infini, A_1 est confondu avec le foyer image F'_1 de L_1 ; ainsi :

$f'_1 = \overline{O_1A_1}$ soit $f'_1 = 222mm = 0,222m$

(3) La vergence V_1 de la lentille L_1 (verre de lunette) est :

$V_1 = \frac{1}{f'_1} = 4,5\ \delta$ avec f'_1 en mètres



Correction avec un lentille de contact

On utilisera les résultats du 1-c), mais avec $d = 0$.

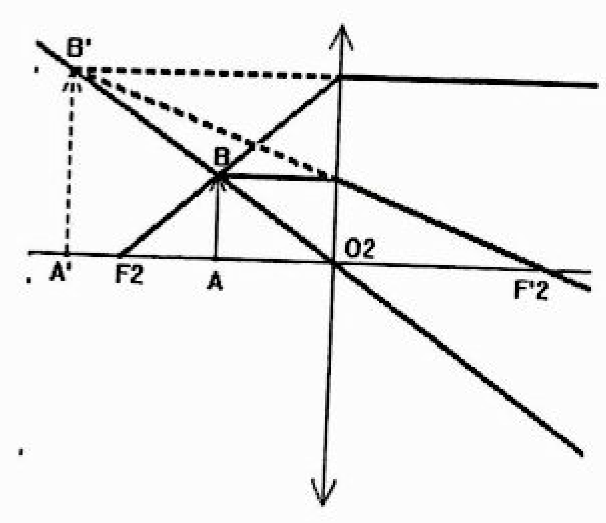
Puisque ici $d = 0$, nous obtenons, en reprenant le raisonnement du 1-*c)* et en adaptant les notations :

$\overline{O_2A_1} = \overline{OA_1} = +210\,\text{mm}$; $f_2' = \overline{O_2A_1} = 0{,}210\,\text{m}$ donc $V_2 = 4{,}8\ \delta$

Conclusion : La correction de l'hypermétropie par une lentille de contact nécessite une lentille légèrement plus convergente que la correction par un verre de lunette ($V_2 = +4{,}8\ \delta > V_1 = +4{,}5\ \delta$)

Exercice 5 : Loupe et viseur.

Loupe



L'œil est placé au foyer image de la lentille. L'objet AB placé entre la loupe et le plan focal objet donne une image virtuelle A'B' de même sens que l'objet et agrandie.

Si l'objet AB est placé dans le plan focal objet de la loupe, l'image virtuelle A'B' se situe à la distance maximum de vision par rapport à l'œil ($d_{max}=\infty$). Il existe donc une position de l'objet entre le plan focal et l'œil correspondant à une position de l'image située à la distance d_{min} de l'œil.

On cherche donc la position de l'objet correspondant à une position de l'image par rapport à l'œil de d_{min}.

La formule de conjugaison de la loupe est :

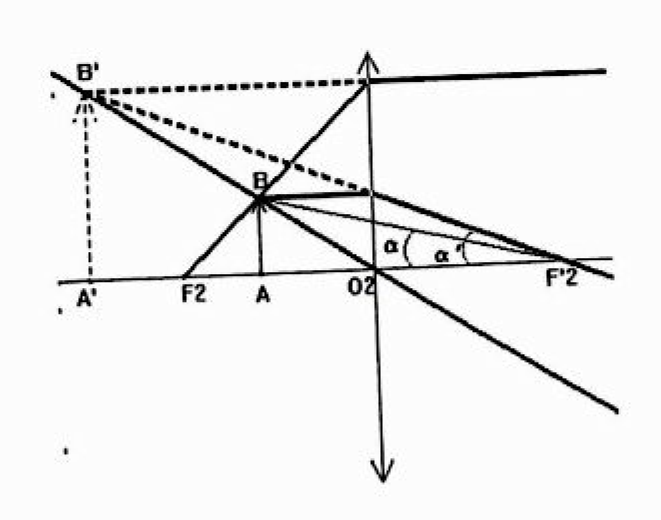
$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} + \frac{1}{\overline{O_2A}} = \frac{1}{\overline{O_2F'_2}} \Rightarrow \overline{O_2A} = \frac{\overline{O_2F'_2}\,\overline{O_2A'}}{\overline{O_2F'_2} - \overline{O_2A'}}$$

or $\overline{O_2A'} = \overline{O_2F'_2} + \overline{F'_2A'} = f'_2 - d_{min} \Rightarrow \overline{O_2A} = \dfrac{f'_2(f'_2 - d_{min})}{f'_2 - f'_2 + d_{min}} = f'_2\left(\dfrac{f'_2}{d_{min}} - 1\right)$.

La latitude de mise au point est donc la distance entre ce point A et le point focal objet F_2 :

$$\Delta = F_2A = |O_2A - O_2F_2| = \left|f'_2\left(\frac{f'_2}{d_{min}} - 1\right) + f'_2\right| = \frac{f'^2_2}{d_{min}} = 8\text{mm}$$





2) Calcul de la puissance de la loupe

La puissance d'un instrument d'optique est définie comme le rapport de l'angle sous lequel est vu l'image sur la dimension de l'objet. Si la dimension de l'objet est exprimée en mètres, la puissance s'exprime en dioptries. $P = \frac{\alpha'}{AB}$.

$$\tan(\alpha') = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{F_2A'}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}\frac{\overline{AB}}{\overline{F'_2A'}}$$

Dans le cadre de l'approximation de Gauss (angles faibles autour de l'axe optique) la tangente de l'angle peut être appoximé par l'angle lui-même exprimé en radians :

$$\tan(\alpha') \approx \alpha' = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}\frac{\overline{AB}}{\overline{F_2A'}}.$$

Le grandissement linéaire est : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'_2A'}}{\overline{F'_2O_2}}$.

Soit $\alpha' = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}\frac{\overline{AB}}{\overline{F'_2A'}} = \frac{\overline{F'_2A'}}{\overline{F'_2O_2}}\frac{\overline{AB}}{\overline{F'_2A'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{F'_2O_2}} = \frac{\overline{AB}}{-f'_2}$ et $P = \frac{\alpha'}{AB} = \left|\frac{1}{-f'_2}\right| = 25$ dioptries .

Viseur réglé à l'infini

L'objet est à l'infini, l'image intermédiaire est donc au foyer image de l'objectif.

Pour voir sans accommoder, l'image finale doit être à l'infini, l'image intermédiaire doit donc être au foyer objet de l'oculaire.

$$\boxed{\begin{matrix}AB\\ -\infty\end{matrix}} \xrightarrow{\text{Objectif}} \boxed{\begin{matrix}A_1B_1\\ F'_1=F_2\end{matrix}} \xrightarrow{\text{Oculaire}} \boxed{\begin{matrix}A_2B_2\\ \infty\end{matrix}}$$

Les foyers objet et image du système sont rejetés à l'infini, le système est un système afocal.

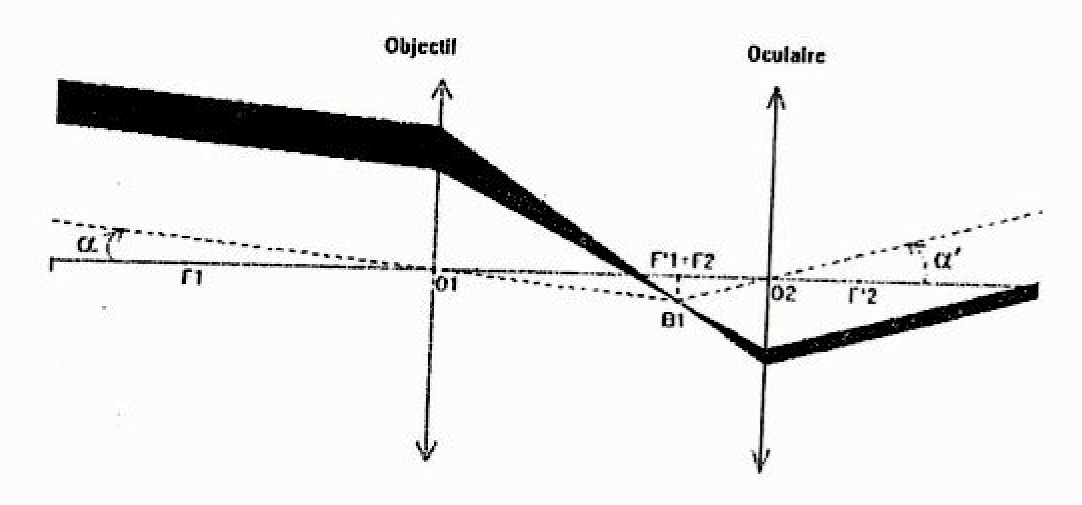
$$\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F_2O_2} = f'_1 f'_2 = 16{,}5\,\text{cm}$$



construction :

Le rayon incident faisant un angle α avec l'axe optique et passant par O1 n'est pas dévié par l'objectif. Il passe par le foyer secondaire B1 (intersection du rayon incident et de la perpendiculaire à l'axe optique passant par le foyer). Il émerge de l'oculaire en faisant un angle α' avec l'axe optique.

Un rayon incident faisant un angle α avec l'axe optique et ne passant pas par O1 est dévié par l'objectif. Il passe par le même foyer secondaire B1. Il émerge de l'oculaire en faisant un angle α' avec l'axe optique.



$$\tan(\alpha) \approx \alpha = \frac{\overline{F_2B_1}}{\overline{O_1F'_1}} = \frac{\overline{F_2B_1}}{f'_1} \text{ et } \tan(\alpha') \approx \alpha' = \frac{\overline{F_2B_1}}{\overline{O_2F_2}} = \frac{\overline{F_2B_1}}{-f'_2} \text{ donc } G_\alpha = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f'_1}{f'_2} = -3{,}125.$$

On utilise la relation de Lagrange-Helmholtz : $n\overline{AB}\sin(\alpha) = n'\overline{A'B'}\sin(\alpha')$.

Dans notre cas, on a : n=n'=1, sin(α)=α et sin(α')=α'

$$\Rightarrow \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{1}{G_\alpha} = -\frac{f'_2}{f'_1} = -0{,}32$$

et $\gamma G_\alpha = 1$.

Le centre du cercle oculaire O'1 est l'image de O1 à travers l'oculaire.

Pour déterminer la position du cercle oculaire, on utilise la formule de Newton : $\overline{F_2O_1}\,\overline{F'_2O'_1} = -f'^2$ et $\overline{F_2O_1} = -f'_1$

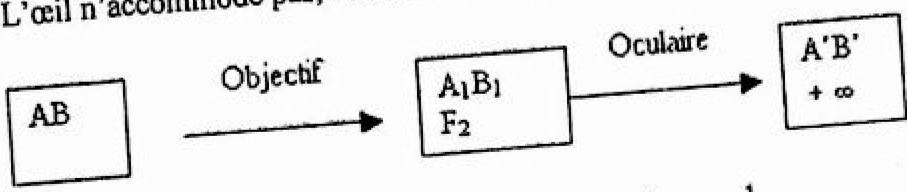
d'où $\overline{F'_2O'_1} = \frac{f'^2_2}{f'_1} = 12{,}8\text{ mm}$.

$$\gamma_2 = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{F'_2O'_1}}{\overline{F'_2O_2}} = \frac{f'^2_2}{f'_1}\left(-\frac{1}{f'_2}\right) = -\frac{f'_2}{f'_1},$$

on détermine donc le diamètre du cercle oculaire $D_0 = D_1|\gamma_2| = 9{,}6$ mm

Viseur réglé à distance finie

L'œil n'accommode pas, l'observateur regarde donc A'B' à l'infini à travers le viseur.



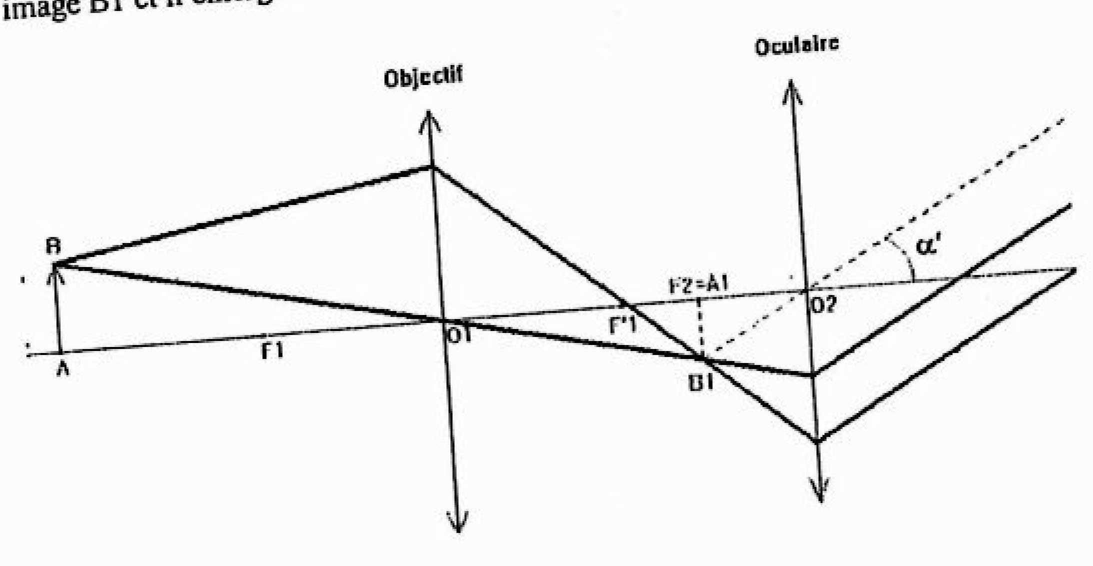
Relation de conjugaison de l'objectif : $\frac{1}{\overline{O_1F_2}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{\overline{O_1F'_1}}$

On sait que : $\overline{O_1F_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F'_1F_2} = f'_1 + X$ et $\overline{O_1A} = -d$.

On obtient donc : $\frac{1}{f'_1+X} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f'_1} \Rightarrow X = \frac{f'^2_1}{d-f'_1} = 12\,\text{cm}$.

Construction : on trace le rayon issu de B et passant par O1, il n'est pas dévié par l'objectif.. B1 image de B par l'objectif est positionné dans le plan focal objet de l'oculaire. B1 est donc un foyer secondaire de l'oculaire. On sait que tous les rayon issus du même foyer secondaire émergent parallèles entre eux. On trace donc un rayon auxiliaire issu de B1 et passant par O2. Ce rayon auxiliaire n'est pas dévié par l'oculaire. Ce rayon auxiliaire définie donc la direction α'. Le rayon émerge donc de l'oculaire en faisant un angle α' par rapport à l'axe optique.

Pour tracer le deuxième rayon, on prend un rayon quelconque issu de B, il passe par le même point image B1 et il émerge de l'oculaire en faisant un angle α' par rapport à l'axe optique.



La puissance du viseur est définie par : $P_v = \frac{\alpha'}{\overline{AB}}$.

On sait que $\tan(\alpha') \approx \alpha' = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_2F_2}}$ et $\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1F_2}}{\overline{O_1A}} = \frac{f'+X}{-d}$ d'où $\alpha' = \frac{f'_1+X}{d.f'_2}\overline{AB}$.



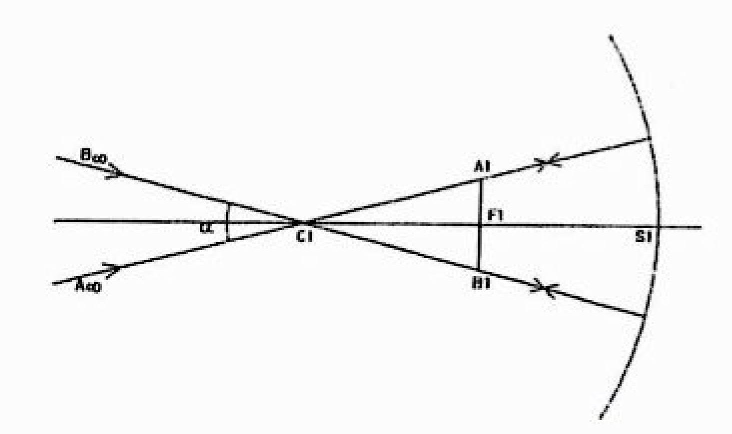
On obtient pour la puissance : $P_v \frac{f'_1 + X}{d f'_2} = 24$ dioptries .

Exercice 6: Télescope de Newton :

AB $-\infty$	—— Miroir ——→	A_1B_1 F_{21}

L'objet étant situé à l'infini, l'image se situe dans le plan focal du miroir. Pour un miroir le point focal est placé au milieu de C1S1.

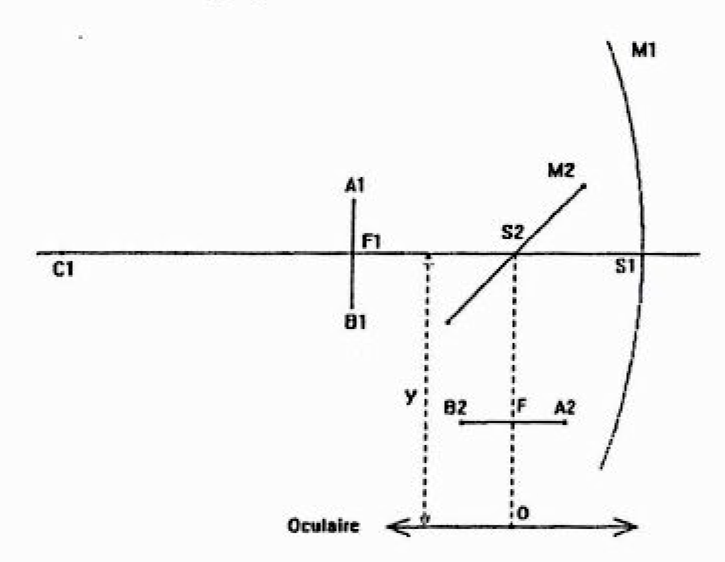
On sait que : $A_1B_1 = \alpha C_1F_1$ si l'angle est petit et exprimé en radians. Donc nous obtenons :
$A_1B_1 = \alpha \frac{C_1S_1}{2} = 9\text{ mm}$.



AB	—— M1 ——→	A_1B_1	—— M2 ——→	A_2B_2 $F_{oculaire}$	—— Oculaire ——→	A'B' $+\infty$

L'image finale étant à l'infini, l'image A_2B_2 est foyer objet de l'oculaire.

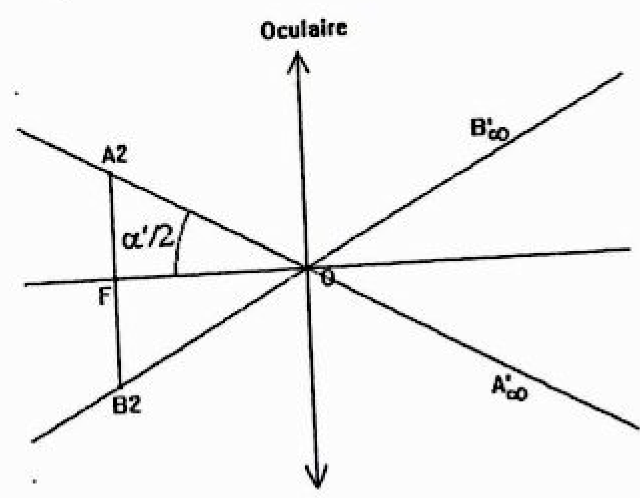
Le miroir M2 donne de A_1B_1 une image A_2B_2 symétrique de A_1B_1 par rapport au plan du miroir M2. Donc A_2B_2 est parallèle à l'axe optique du miroir M1.



D'après les propriétés de symétrie on a : $S_2F_1 = S_2F = y - f'$ (f' étant la longueur focale de l'oculaire).

On sait que $S_1S_2 = S_1F_1 - S_2F_1 = \frac{S_1C_1}{2} - (y - f')$

Application numérique : $f' = \frac{1}{V} = 2\,\text{cm} \Rightarrow S_1S_2 = 90\,\text{cm}$.



D'après les propriétés de symétrie on a : $A_2B_2 = A_1B_1$, donc

$\alpha' = \frac{A_2B_2}{f'} = \frac{A_1B_1}{f'} = \frac{\alpha . C_1S_1}{2f'} = 0{,}45\,\text{rad} \approx 25°47'$.

On a donc : $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{C_1S_1}{2f'} = 50$


ETUSUP.com